Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)

Ярославский филиал Финуниверситета

Кафедра «Экономика и финансы»

СОГЛАСОВАНО
Заместитель мэра –
директор департамента
_____ Данц А.А.
«09» июня 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор
Ярославского филиала
Финуниверситета
_____ В.А. Кваша
«16» июня 2026 г.

Автор: Г.Н. Чубрина

МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины
для студентов, обучающихся по направлению (ям) подготовки
38.03.01 «Экономика»,
профиль: «Финансы и банковское дело»
(очно-заочная форма обучения, ускоренное обучение)

Рекомендовано Ученым советом Ярославского филиала Финуниверситета (протокол № 6 от 16.06.2026)

Одобрено кафедрой «Экономика и финансы» (протокол № 6 от 04.06.2026)

Ярославль 2026

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины....3
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине. 3
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы....5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся (в семестре, в сессию)....5
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий....5
5.1. Содержание дисциплины 5
5.2. Учебно-тематический план 11
5.3. Содержание семинаров, практических занятий....13
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 17
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы....17
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю 21
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине 25
7.1 Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы....25
7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний 25
7.3. Соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.....35
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 35
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины....36
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 36
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем....36
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине....37

1. Наименование дисциплины

Дисциплина Б.1.1.2.1. «Математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.

Дисциплина «Математика» обеспечивает формирование следующих компетенций.

Таблица 1 – Структура планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесённые с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ПКН- 3	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты.	1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.	1.Знать: основные способы сбора, обработки информации, способы математического анализа данных. Уметь: применять математические методы для постановки и решения задач анализа при оценке выбора оптимальных путей и методов достижения целей.
		2. Формулирует математические постановки финансово экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.	2.Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования экономических задач.
		3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.	4. Знать: основные фундаментальные математические идеи, понятия и принципы математического моделирования. Уметь: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования экономических задач в профессиональной области
		4.Анализирует результаты исследования математических	

		моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.	4. Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: применять инструменты современной математики к анализу результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делать на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.
УК- 10	Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации. 2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу вариабельности. 3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп. 4.Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников	1. Знать: методы поиска, анализа, обобщения и систематизации информации, признаки классификации Уметь: описывать состав и структуру требуемых данных и информации 2.Знать: закономерности и природу вариабельности Уметь: выявлять закономерности, понимать природу вариабельности 3.Знать: приемы классификации объектов, прикладное назначение классификационных групп Уметь: применять приемы классификации объектов, прикладное назначение классификационных групп 4. Знать: Информационную базу для формирования аргументированных доказательных суждений. Уметь: Отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.

		деятельности. 5.Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	5.Знать: Основы системного описания, законы логики, используемые в процессе математических доказательств. Уметь: аргументированно и логично представлять свою точку зрения посредством и на основе системного описания в процессе математических доказательств.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» является дисциплиной цикла математики и информатики обязательной части образовательной программы по направлению 38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и банковское дело», очно-заочная форма обучения, ускоренное обучение.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся (в семестре, в сессию)

Таблица 2 – Объем дисциплины в зачетных единицах и академических часах

Вид учебной работы по дисциплине	**Всего (в з/е и часах)**	**Семестр (модуль) 1 в (часах)**	**Семестр (модуль) 2 в (часах)**
Перезачёт	**2 з.е./72 ч.**		
Общая трудоёмкость дисциплины	4/144	72	72
Контактная работа – Аудиторные занятия	40	*20*	*18*
Лекции	*16*	*8*	*8*
Семинары, практические занятия	*24*	*12*	*12*
Самостоятельная работа	*104*	*52*	*52*
Вид текущего контроля	-	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		зачет	экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Часть 1 – Линейная алгебра.

Раздел I. Системы линейных алгебраических уравнений.

Линейные пространства.

Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство R^n Геометрический смысл пространств R^2 и R^3. Линейные пространства общего вида. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат векторов при замене базиса. Подпространства линейного пространства.

Скалярное произведение векторов в R^n. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длины векторов и угол между векторами в R^n. Ортогональный и ортонормированный базисы в R^n. Координаты вектора в ортогональном базисе. Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения подпространств.

Раздел II. Матрицы и определители.

Сложение матриц и умножение матрицы на число. Матричная запись систем линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы. Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Фундаментальная система решений однородной системы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем.

Умножение матриц. Невырожденные квадратные матрицы. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений вида $AX = B$.

Определители и их свойства. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка. Формула разложения определителя по строкам и столбцам. Применение определителей: 1) критерий невырожденности квадратной матрицы; 2) нахождение ранга матрицы; 3) критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных алгебраических уравнений с n неизвестными, состоящей из n уравнений; 4) нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формуле Крамера; 5) нахождение обратной матрицы.

Раздел III. Комплексные числа и многочлены.

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.* Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Корни n-ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.

Основные понятия, связанные с многочленами. Схема Горнера и корни многочленов. Теорема Безу. Деление многочленов. Разложение правильной дроби на сумму элементарных дробей.

Раздел IV. Линейные преобразования и квадратичные формы.

Линейные преобразования пространства R^n. Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы квадратных матриц.

Квадратичные формы, их матрицы в данном базисе. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.

Раздел V. Элементы аналитической геометрии.

Прямая и гиперплоскость в *n*-мерном пространстве. Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Прямая на плоскости и в пространстве. Прямая, отрезок, луч в *n*-мерном пространстве. Плоскость в трехмерном пространстве.

Понятие о кривых второго порядка. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения.

Понятие о поверхностях второго порядка. Эллипсоиды, параболоиды и гиперболоиды, их канонические уравнения.

Выпуклые множества в пространстве R^n. Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных неравенств и их геометрический смысл. Угловые точки выпуклых многогранных областей. Выпуклая оболочка системы точек в R^n.

Часть 2 – Математический анализ.

Раздел I. Введение в анализ: множества, функции.

Действительные числа, их свойства. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Обозначения для сумм и произведений. Окрестность точки. Ограниченные множества. Декартовы координаты на плоскости.

Числовые функции. Способы задания функций. Область определения и множество значений функции. График функции. Сложная и обратная функции. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.

Степенная, показательная и логарифмическая функции. Тригонометрические функции и обратные к ним. Элементарные функции. Свойства основных элементарных функций.

Раздел II. Предел и непрерывность.

Числовые последовательности. Способы задания последовательностей. Прогрессии. Формула сложных процентов.

Предел последовательности и его свойства. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Переход к пределу в

неравенствах, теорема о трех последовательностях. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями.

Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Число e.

Предел функции (по Гейне). Различные типы пределов: односторонние пределы, пределы в бесконечности, бесконечные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.

Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями и с неравенствами. Замена переменной при вычислении предела (предел сложной функции). Сравнение бесконечно малых функций: эквивалентные функции, символ $o(f)$.

Первый и второй замечательные пределы. Формула непрерывных процентов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Теорема о сохранении знака непрерывной функции. Точки разрыва функции, их классификация.

Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы о существовании корня, о промежуточных значениях, об ограниченности функции, о достижении наибольшего и наименьшего значений

.

Раздел III. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Производная функции. Дифференцируемость и дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного двух функций, сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций.

Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции.

Эластичность функции, ее свойства и геометрический смысл. Логарифмическая производная. Задача о распределении налогового бремени.

Локальный экстремум функции, теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши для дифференцируемых функций.

Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Формула Тейлора (Маклорена) с остаточным членом в формах Лагранжа и Пеано. Разложение функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$, $\ln(1+x)$ по формуле Маклорена.

Признак монотонности функции на интервале. Достаточное условие локального экстремума.

Выпуклые (вогнутые) функции. Достаточные условия выпуклости функции. Необходимый и достаточный признаки точки перегиба.

Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Раздел IV. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Замена переменной в неопределенном интеграле, интегрирование по частям.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций.

Определенный интеграл (по Риману) и его свойства. Интегрируемость непрерывной функции.

Интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменной в определенном интеграле, интегрирование по частям. *

Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Интеграл Эйлера-Пуассона.

Раздел V. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Пространство R^n. Свойства расстояния. Окрестность точки. Внутренние и граничные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Изолированные и предельные точки множества. Ограниченные множества.

Сходимость последовательности точек в R^n, ее эквивалентность покоординатной сходимости.

Функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции.

Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных на замкнутом ограниченном множестве: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений.

Частные производные, дифференцируемость, дифференциал функции нескольких переменных. Достаточное условие дифференцируемости. ** Непрерывность дифференцируемой функции.

Производная сложной функции. Производная по направлению, градиент. Свойства градиента.

Эластичность функции нескольких переменных.

Однородные функции нескольких переменных. Формула Эйлера.

Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

Выпуклые множества в R^n. Выпуклые (вогнутые) функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие выпуклости. Достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции.

Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Теорема о глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о достижении выпуклой функцией глобального экстремума в стационарной точке.

Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод исключения переменных. Метод множителей Лагранжа.

Метод наименьших квадратов (МНК). Подбор параметров линейной функции МНК-методом. Система нормальных уравнений.

Нахождение глобальных экстремумов дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве.

Раздел VI. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.

Кратные (двойные) интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному.

Формула замены переменных в двойном интеграле. Использование полярных координат для вычисления двойных интегралов.

Несобственные кратные интегралы.

Раздел VII. Ряды.

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости.

Числовые ряды с неотрицательными членами: критерий и признаки сходимости (первый и второй признаки сравнения, признак Даламбера в предельной форме, интегральный признак).

Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда.

Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенного ряда на интервале сходимости.

Ряды Маклорена. Разложимость в ряд Маклорена бесконечно дифференцируемой функции с производными, ограниченными в совокупности. Разложения функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$, $\ln(1+x)$ в ряд Маклорена.

Раздел VIII. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, их решения. Нормальная форма уравнения первого порядка. Поле направлений, интегральные кривые. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка в нормальной форме. Общее и частное решения уравнения. Общий интеграл. Особые решения.

Уравнения первого порядка, интегрируемые в квадратурах: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли. Автономные уравнения и их свойства. Метод вариации произвольной постоянной и метод Бернулли решения дифференциальных уравнений первого порядка.

Линейные дифференциальные уравнения. Пространство решений линейного однородного уравнения, фундаментальная система решений. Определитель Вронского системы решений. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (на примере уравнений второго порядка). Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений однородного уравнения. Построение частного решения неоднородного уравнения с правой частью специального вида методом неопределенных коэффициентов.

Однородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Векторная запись, матрица системы. Собственные значения и собственные векторы матрицы системы, частные решения системы. Фундаментальный набор решений и общее решение системы уравнений в случае существования базиса из собственных векторов. Построение общего решения с помощью метода исключения неизвестных.

Задачи экономической динамики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Модели естественного роста.

5.2. Учебно-тематический план

Таблица 3 – Содержание учебно-тематического плана изучения дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Трудоемкость в часах			Формы текущего
		Всего	Аудиторная работа		

	дисциплины		Общая	Лекции	Семинары и практические занятия	Занятия в интерактивных формах	Самостоятельная работа	контроля успеваемости
1 семестр								
1	Системы линейных алгебраических уравнений. Линейные пространства.	9	2	1	1	0,5	6,5	Самостоя-тельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям. Контрольная работа.
2	Матрицы и определители.	9	2	1	1	0,5	6,5	
3	Комплексные числа и многочлены.	9	2	1	1	0,5	6,5	
4	Линейные преобразования и квадратичные формы.	9	2	1	1	0,5	6,5	
5	Элементы аналитической геометрии.	9	2	1	1	0,5	6,5	
6	Введение в анализ: множества, функции.	9	2	1	1	0,5	6,5	
7	Предел и непрерывность.	9	4	1	2	1	6,5	
8	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	9	4	1	4	1	6,5	
	Итого	**72**	**20**	**8**	**12**	***5***	**52**	
2 семестр								
9	Интегральное исчисление функций одной переменной.	14	4	1	2	*1*	10,4	Самостоя-тельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям. Контрольная работа
10	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	14	4	1	2	*1*	10,4	
11	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	14	4	2	2	*1*	10,4	
12	Ряды.	15	4	2	2	*1*	10,4	
13	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	15	4	2	4	*1*	10,4	
14	**Итого по дисциплине**	**72**	**20**	**8**	**12**	***5***	**52**	
	В целом по дисциплине	**144**	**40**	**16**	**24**	***10***	**104**	Согласно учебному плану:
	Итого в %		100		68			

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Таблица 4 – Темы дисциплины, формы проведения и содержание семинаров и практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Тема 1. Системы линейных алгебраических уравнений. Линейные пространства	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Геометрические векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Длина вектора и угол между векторами. Линейная зависимость. Базис и размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Преобразование координат векторов при замене базиса. Стандартное скалярное произведение векторов. Длины векторов и угол между векторами. Нахождение координат вектора в ортогональном базисе. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], а[2],б[1], б[3]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 2. Матрицы и определители.	Линейные операции над матрицами. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований. Умножение и транспонирование мат-риц. Матричная запись систем линейных алгебраических уравнений. Невырожденность квадратных матриц. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение линейных матричных уравнений. Вычисление определителей. Применение определителей. Критерий невырожденности квадратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера. Вычисление обратной матрицы. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], а[2],б[1], б[3]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме
Тема 3. Комплексные числа и многочлены.	Основные понятия, связанные с многочленами. Разложение правильной дроби на сумму элементарных дробей. Комплексные числа и действия над ними в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной

	форме. Формула Муавра. Корни n-ой степени из комплексного числа. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], а[2], б[5]	форме.
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы.	Линейные отображения и линейные преоб-разования векторных пространств. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Матрицы ортогональных и самосопряженных преобразований в ортонормированном базисе. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований. Свойства собственных значений и собственных векторов. Квадратичные формы на векторном пространстве. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования. Исследование квадратичной формы на знакоопределенность по критерию Сильвестра. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1],а[2], б[1], б[3].	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 5. Элементы аналитической геометрии.	Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между точками. Различные способы задания прямой на плоскости. Прямые и плоскости в трехмерном пространстве. Взаимное расположение прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Плоскости различной размерности в многомерном пространстве. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[1], б[3], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 6. Введение в анализ: множества, функции.	Числовые функции. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Линейная и квадратичная функции и их графики. Сложная и обратная функции. Элементарные функции. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4],	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 7. Предел и непрерывность.	Предел числовой последовательности. Вычисление пределов последовательностей с использованием: определения; свойств, связанных с арифметическими действиями; теоремы о трех последовательностях. Вычисление пределов функций с помощью:	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тема-

	определения; теорем о свойствах пределов; «замечательных» пределов. Раскрытие неопределенностей. Следствия из замечательных пределов. Сравнение бесконечно малых функций: эквивалентные функции, символ. Применение этих понятий при вычислении пределов. Непрерывность функции в точке. Исследование точек разрыва функции. Асимптоты к графику функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	тике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Производная функции. Дифференцируемость, дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного двух функций, сложной и обратной функций. Правила вычисления дифференциала. Производные основных элементарных функций. Производная показательно-степенной функции. Дифференциал функции. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Производная функции, заданной неявно. Эластичность функции. Логарифмическая производная. Локальный экстремум функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши для дифференцируемых функций. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Нахождение промежутков выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке. Исследование функций и построение графиков. Разложение функций по формуле Тейлора (Маклорена). Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Маклорена. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 9. Интегральное исчисление функций одной переменной.	Неопределенный интеграл: методы непосредственного интегрирования, замена переменной, интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функции. Вычисление определенных интегралов: по формуле Ньютона-Лейбница, с использованием замены переменной, методом интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции. Несобственные интегралы. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.

Тема 10. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	Открытые и замкнутые множества (в R2). Сходимость последовательности точек. Функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Однородные функции. Формула Эйлера. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы первого и второго порядков. Эластичность функции нескольких переменных. Производная неявной функции. Градиент. Производная по направлению. Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Условный экстремум: метод исключения переменных, метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве. Метод наименьших квадратов (МНК). Подбор параметров линейной функции МНК-методом. Система нормальных уравнений. Выпуклые множества в Rn. Выпуклые (вогнутые) функции нескольких переменных. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 11. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	Кратные (двойные) интегралы, их свойства. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу. Замена переменной в двойном интеграле. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Тема 12. Ряды.	Исследование сходимости и нахождение сумм числовых рядов, исходя из определения. Применение необходимого условия сходимости. Исследование сходимости числовых рядов с неотрицательными членами с помощью признаков сравнения, признака Даламбера, интегрального признака. Знакочередующиеся числовые ряды, признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Интегрируемость и дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Разложение функций в ряд Тейлора с использованием стандартных разложений. Разложение функций в ряд. Маклорена. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.

Тема 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Автономные уравнения и их свойства. Однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, уравнения Бернулли. Линейные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного уравнения. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Однородное уравнение. Характеристическое уравнение. Общее решение однородного уравнения. Построение частного решения неоднородного уравнения с правой частью вида , где не является корнем характеристического уравнения. Однородные системы линейных уравнений. Построение общего решения с помощью метода исключения неизвестных. Рекомендуемые источники: раздел 8, а[1], б[2], б[4], б[5]	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач по тематике практического занятия в интерактивной форме.
Всего:		

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

К внеаудиторным формам самостоятельной работы студентов относятся:

- подготовка к семинарскому занятию;
- подготовка к решению и проверке задач;
- подготовка контрольной работы;
- подготовка к зачету и экзамену.

На семинарских занятиях все студенты должны принимать активное участие в обсуждении изучаемых вопросов и уметь демонстрировать знание практического материала. При выступлении, студентам необходимо аргументировано излагать свою позицию, подкреплять ее конкретными данными, уметь обобщать, аргументировать и систематизировать статистические данные.

На семинарских занятиях преподаватель проверяет выполнение самостоятельных заданий и качество усвоения знаний.

Таблица 5 – Темы дисциплины, изучаемые вопросы и формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Тема 1. Системы линейных алгебраических уравнений. Линейные пространства	1.Подпространства линейного пространства. Евклидовы пространства. 2.Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения подпространств. 3.Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 2. Матрицы и определители.	1.Нахождение размерности пространства решений и фундаментальная система решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. 2.Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 3. Комплексные числа и многочлены.	1.Схема Горнера и корни многочленов. Теорема Безу. 2.Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы.	1.Линейные преобразования пространства. Линейные операторы. 2.Ядро и образ линейного оператора. 3.Матрица линейного оператора.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену

Тема 5. Элементы аналитической геометрии.	1.Выпуклые множества в многомерном пространстве. 2.Полупространства и выпуклые многогранные области. 3.Нахождение угловых точек выпуклых многогранных областей. Выпуклая оболочка системы точек. 4. Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 6. Введение в анализ: множества, функции.	1.Свойства и графики основных элементарных функций. 2. Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 7. Предел и непрерывность.	1.Точки разрыва функции и их классификация. 2. Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	1.Задача о распределении налогового бремени. 2.Теоремы Ролля и Коши для дифференцируемых функций. 3.Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. 4. Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 9. Интегральное исчисление функций одной переменной.	1.Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций.	Работа с учебной литературой. Решение типовых

	2.Решение задач.	задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 10. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	1.Свойства функций нескольких переменных, непрерывных на замкнутом ограниченном множестве. 2.Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных. Метод исключения переменных. 3.Решение задач	Работа с учебной ли-тараторой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 11. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	1.Формула замены переменных в двойном интеграле. 2. Использование полярных координат для вычисления двойных интегралов. 3.Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 12. Ряды.	1.Интегральный признак сходимости положительного ряда. 2.Свойства степенного ряда на интервале сходимости. 3.Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
Тема 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	1.Модели естественного роста. 2.Решение задач	Работа с учебной ли-тараторой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия.

		Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры вариантов контрольных работ

Контрольная работа № 1
Системы линейных уравнений и
линейные пространства

Задание 1

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

Задание 2

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса. В ответе указать базисное решение.

Задание 3

Решить систему линейных уравнений с параметром λ. В ответе указать, при каких значениях λ система уравнений несовместна, при каких – имеет единственное решение (указать его) и при каких – имеет бесконечно много решений (указать общее решение).

Задание 4

Является ли линейным подпространством в $\mathbf{R}^3$ множество векторов $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, удовлетворяющих данному условию?

Задание 5

Из системы столбцов данной матрицы A выделить максимальную линейно независимую систему столбцов и представить остальные столбцы в виде линейной комбинации выделенных.

Задание 6

Найти значения параметра λ, при которых векторы образуют базис пространства $\mathbf{R}^4$.

Задание 7

Дополнить систему векторов до ортогонального базиса пространства $\mathbf{R}^3$ и в полученном базисе найти координаты вектора $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

Вариант 1

1. $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 40, \\ 3x_1 + 10x_2 + 19x_3 = 130, \\ 2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 55; \end{cases}$$

2. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 - 12x_3 - 3x_4 = -4, \\ 3x_1 + 8x_2 - 18x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 - x_4 = 17, \\ 2x_1 - 7x_2 + x_4 = 21, \\ -9x_1 + 19x_2 - 9x_3 + \lambda x_4 = -56. \end{cases}$

4. а) $V = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^3 \mid 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0\}$;

б) $W = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^3 \mid -x_1 + 3x_2 - x_3 \le -1\}$.

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 7 & -7 \\ -5 & 26 & -36 & 36 \\ -3 & 1 & -7 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$.

6. $\vec{a}_1 = (1;\ 1; -1;\ 1)$,
$\vec{a}_2 = (1; \lambda;\ 2;\ 1)$,
$\vec{a}_3 = (0;\ 1-\lambda;\ \lambda - 4; 0)$,
$\vec{a}_4 = (3;\ 2\lambda + 1;\ 3;\ 5)$.

7. $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (2; 2; -6)$; $\vec{x} = (-1; -2; -1)$.

Контрольная работа № 2
Интегральное исчисление функции одной переменной

Задание 1

Вычислить интегралы.

Задание 2

Исследовать на сходимость несобственный интеграл с бесконечным пределом интегрирования.

Задание 3

Исследовать на сходимость несобственный интеграл от неограниченной функции.

Задание 4

Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.

Задание 5

Задача с экономическим содержанием.

Вариант 1

1. а) $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$; б) $\int \frac{4}{\sqrt{x^2 - 2x + 9}} dx$;

в) $\int (3 - 5x)\ln(2x) dx$; г) $\int \frac{5x^2 - 2}{(x-1)^2 (x+2)} dx$;

д) $\int \cos 2x \cos 5x dx$; е) $\int_1^{27} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}$.

2. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln^2 x+5)}$. **3.** $\int_4^6 \frac{dx}{(x-4)^2}$.

4. $x+y=8, xy=15$.

5. Производительность труда одного рабочего за одну смену описывается функцией $z(t)=10,5t-0,75t^2$, где t – время в часах, причем, $0 \le t \le 8$. Определите объем выпуска продукции за 20 рабочих дней бригадой, состоящей из 6 человек.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости (может быть использована запись следующего содержания - «Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры»).

Оценка знаний студентов осуществляется в баллах с учетом оценки работы в семестре (написание реферата, аудиторных самостоятельных работ и домашних заданий, решение задач и участие в обсуждениях на практических занятиях и др.), оценки итоговых знаний (по результатам зачета) и в соответствии с критериями Финансового университета реализуется следующим образом:

№п/п	**Вид отчетности**	**Баллы**
1.	Работа в семестре	40
2.	Зачет/Экзамен	60
	Итого:	**100**

Таблица 6 - Формы текущего контроля успеваемости и их балльная оценка

Критерий оценки	**Баллы**	**Методика оценки**
Посещение аудиторных занятий	7	Математический расчет Оц=7 : Кз х Пз Где Оц – сумма баллов; Кз – количество аудиторных занятий по дисциплине; Пз – количество занятий, посещаемых студентом
Активность при проведении аудиторных занятий	13	Доклад, презентация – 10 баллов Информационное сообщение – 5 баллов Участие в обсуждении – 3 балла Краткое выступление – 1 балл Решение расчетных задач – 1 балл
Активность при проведении внеаудиторной работы	10	Подготовка материалов и выступление на студенческих научных конференциях, в печатных изданиях, в том числе и Университета - 10 баллов

Самостоятельная работа студента под руководством преподавателя	10	Выполнение письменной работы – 10 баллов

С целью стимулирования систематической подготовки студентов к практическим и семинарским занятиям по дисциплине в течение семестра вводится комплексный подход к оценке, получаемой студентами по итогам изучения дисциплины. На основании положения о системе оценки знаний студентов в Финансовом университете действует 100-балльная система оценки знаний. Это означает, что оценка, получаемая по итогам письменной экзаменационной работы, состоит из двух частей: текущего контроля студентов в семестре — максимальная оценка 40 баллов и результатов промежуточной аттестации — максимальная оценка 60 баллов.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля знаний являются:

– решение задач, тестов и их обсуждение с точки зрения умения формулировать выводы, вносить рекомендации и принимать адекватные управленческие решения;

– выполнение контрольных заданий и обсуждение результатов;

– обсуждения законодательных, правовых и нормативных актов.

Вторая составляющая оценивает устный ответ на зачете и не может превышать 60 баллов.

40 баллов, полученные студентом в течение семестра, должны означать самую высокую характеристику его работы. Такой балл получают студенты, которые на практических занятиях систематически показывают высокие результаты при опросах, проявляют активность при обсуждении изучаемых проблем, в полном объеме выполняют учебную программу, не имеют пропусков.

Максимальная оценка ответа на зачете оценивается в 60 баллов. Каждый вопрос в билете имеет свою долю в общей оценке в зависимости от сложности. Например, за первый теоретический вопрос максимально оценивается 15 баллов, два следующих теоретических вопроса оцениваются по 10 баллов, задача — максимально 15 баллов и пять тестов — по 2 балла каждый правильно решенный тест.

Балльная система аттестации:

- студент, получивший от 50 до 100 баллов, считается аттестованным, получивший от 0 до 49 баллов - не аттестованным;

- студент, получивший от 50 до 69 баллов, считается аттестованным на «удовлетворительно»;

- студент, получивший от 70 до 85 баллов, считается аттестованным на «хорошо»;

- студент, получивший от 86 до 100 баллов, считается аттестованным на «отлично».

Таким образом, если студент по итогам работы в семестре набирает 21

балл, а по итогам письменной работы — 60 баллов, то общая сумма 81 балл соответствует окончательной оценке 4 «хорошо».

Если студент подошел к экзамену с оценкой 0 баллов, то при безупречном качестве письменной экзаменационной работы он может получить итоговую оценку по данной дисциплине только 60 баллов, что соответствует оценке «удовлетворительно».

О данном подходе к оценке знаний студентов преподаватель информирует студентов на первом семинарском (практическом) занятии. На последнем семинарском занятии студентам сообщается оценка, которую они получают по итогам работы в семестре.

Студенты могут улучшить свою оценку по итогам работы в семестре за счет отработки пропущенных занятий или полученных неудовлетворительных оценок на семинарах. Вместе с тем, все отработки могут быть осуществлены в консультационные дни в период не более двух консультаций с момента получения оценки «неудовлетворительно» или пропуска занятий. Только в случае болезни студент может отрабатывать пропуски в более поздние сроки.

Отработка пропусков, имевших место по причине работы студентов во время занятий, не допускается.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.1 Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы

Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины, содержится в разделе 2 «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Теоретические вопросы для подготовки к зачету за 1 семестр
(Определения, свойства и теоремы на уровне формулировок)

1. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
2. Геометрические векторы и линейные операции над ними.
3. Векторное пространство R^n. Геометрический смысл пространств R^2 и R^3.
4. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл.
5. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе.

6. Преобразование координат векторов при замене базиса.

7. Скалярное произведение векторов.

8. Векторное произведение векторов.

9. Длины векторов и угол между векторами.

10. Ортогональный и ортонормированный базисы. Координаты вектора в ортогональном базисе.

11. Сложение матриц и умножение матрицы на число.

12. Матричная запись систем линейных алгебраических уравнений.

13. Ранг матрицы.

14. Умножение матриц.

15. Невырожденные квадратные матрицы. Обратная матрица.

16. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений вида $AX = B$.

17. Определители и их свойства.

18. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка.

19. Формула разложения определителя по строкам и столбцам.

20. Применение определителей: нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формуле Крамера.

21. Прямая в пространстве. Угол между прямыми в пространстве.

22. Прямая на плоскости.

23. Плоскость в трехмерном пространстве.

24. Понятие о кривых второго порядка: эллипс, его свойства и каноническое уравнение.

25. Понятие о кривых второго порядка: гипербола, ее свойства и каноническое уравнение.

26. Понятие о кривых второго порядка: парабола, ее свойства и каноническое уравнение.

27. Понятие о поверхностях второго порядка. Эллипсоиды, параболоиды и гиперболоиды, их канонические уравнения.

28. Действительные числа, их свойства. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Обозначения для сумм и произведений.

29. Числовые функции. Способы задания функций.

30. Область определения и множество значений функции. График функции.

31. Сложная и обратная функции.

32. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.

33. Степенная, показательная и логарифмическая функции.

34. Тригонометрические функции и обратные к ним.

35. Числовые последовательности. Способы задания последовательностей. Прогрессии. Формула сложных процентов.

36. Предел последовательности и его свойства. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.

37. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями.

38. Бесконечно малые последовательности, их свойства.

39. Бесконечно большие последовательности и их свойства.

40. Предел функции. Различные типы пределов: односторонние пределы, пределы в бесконечности, бесконечные пределы.

41. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.

42. Сравнение бесконечно малых функций : эквивалентные функции, символ o(f) .

43. Первый и второй замечательные пределы. Формула непрерывных процентов.

44. Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функции.

45. Непрерывность элементарных функций. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.

46. Точки разрыва функции, их классификация.

47. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы о существовании корня, о промежуточных значениях, об ограниченности функции, о достижении наибольшего и наименьшего значений .

48. Производная функции. Дифференцируемость и дифференциал функции. Непрерывность дифференцируемой функции.

49. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного двух функций, сложной и обратной функций.

50. Производные основных элементарных функций.

51. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции.

52. Эластичность функции, ее свойства и геометрический смысл. Логарифмическая производная.

53. Задача о распределении налогового бремени.

54. Локальный экстремум функции.

55. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

56. Производные и дифференциалы высших порядков.

57. Формула Тейлора (Маклорена) с остаточным членом в форме Пеано

58. Разложение функций e^x, sin x, cos x, $(1+ x)^{\alpha}$, ln(1+ x) по формуле Маклорена.

59. Признак монотонности функции на интервале. Достаточное условие локального экстремума.

60. Выпуклые (вогнутые) функции. Достаточные условия выпуклости функции. Необходимый и достаточный признаки точки перегиба.

61. Асимптоты графика функции.

62. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Теоретические вопросы для подготовки к экзамену за 2 семестр

1. Определение первообразной для функции на числовом промежутке.
2. Определение неопределенного интеграла.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
6. Определение определенного интеграла (по Риману).
7. Достаточное условие интегрируемости.
8. Геометрический смысл определенного интеграла.
9. Свойства определенного интеграла.
10. Формула Ньютона – Лейбница.
11. Формула замены переменной в определенном интеграле.
12. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
13. Определение несобственного интеграла с бесконечным верхним пределом.
14. Определение несобственного интеграла с бесконечным нижним пределом.
15. Определение несобственного интеграла от неограниченной функции на ограниченном промежутке.
16. Расстояние в R^n. Свойства расстояния.
17. Окрестность точки в R^n. Внутренние и граничные точки множества.
18. Открытые и замкнутые множества.
19. Изолированные и предельные точки множества.
20. Ограниченные множества.
21. Сходимость последовательности точек в R^n, ее эквивалентность покоординатной сходимости.
22. Функция нескольких переменных.
23. Поверхности (линии) уровня функции нескольких переменных.
24. Предел функции нескольких переменных в точке.
25. Непрерывность функции нескольких переменных в точке.
26. Свойства функций, непрерывных на замкнутом ограниченном множестве: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений.
27. Частные производные функции нескольких переменных.
28. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
29. Дифференциал функции нескольких переменных.
30. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
31. Непрерывность дифференцируемой функции.
32. Однородные функции.
33. Формула Эйлера для однородной функции.
34. Производная сложной функции нескольких переменных.
35. Производная по направлению.
36. Градиент. Свойства градиента.
37. Частные производные высших порядков.
38. Теорема о равенстве смешанных производных.

39. Формула Тейлора для функции нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа.

40. Локальные экстремумы функций нескольких переменных.

41. Необходимое условие локального экстремума функций нескольких переменных.

42. Достаточное условие локального экстремума функций нескольких переменных.

43. Условный экстремум.

44. Метод Лагранжа.

45. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве.

46. Двойные интегралы и их свойства. Условия интегрируемости функции.

47. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.

48. Формула замены переменных в двойном интеграле. Использование полярных координат для вычисления двойных интегралов.

49. Геометрические приложения двойных интегралов: вычисление площадей плоских фигур и объемов пространственных тел.

50. Несобственные двойные интегралы. Интеграл Эйлера-Пуассона.

51. Числовой ряд.

52. Последовательность частичных сумм. Сумма ряда. Сходящиеся ряды.

53. Свойства сходящихся рядов.

54. Необходимое условие сходимости числового ряда.

55. Числовые ряды с неотрицательными членами.

56. Критерий сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.

57. Признаки сравнения, признак Даламбера и Коши, интегральный признак для числовых рядов с неотрицательными членами.

58. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.

59. Признак Лейбница для знакочередующихся числовых рядов.

60. Степенной ряд.

61. Теорема Абеля.

62. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

63. Интегрируемость и дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости.

64. Ряды Тейлора (Маклорена).

65. Достаточное условие разложимости функции в ряд Маклорена.

66. Разложение в ряд Маклорена функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.

67. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка в нормальной форме.

68. Уравнения с разделяющимися переменными. Автономные уравнения.

69. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

70. Уравнения в полных дифференциалах.

71. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

72. Линейные дифференциальные уравнения. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского системы решений.

73. Общее решение однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами (для уравнений второго порядка).

74. Частное решение неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

75. Общее решение однородной системы линейных дифференциальных уравнений в случае существования базиса из собственных векторов.

Примеры экзаменационных задач по части 1:

Тема «Матрицы и определители»

Являются ли строки матрицы A линейно зависимыми, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 10 \end{pmatrix}?$$

Тема «Системы линейных уравнений»

Методом Гаусса решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ 5x_2 - x_3 = -7, \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Тема «Векторные пространства»

Образуют ли векторы $\vec{a} = (5,2,4)$, $\vec{b} = (-2,1,0)$, $\vec{c} = (1,1,1)$ базис пространства R^3?

Тема «Линейные операторы»

В пространстве R^3 линейный оператор $\tilde{A}$ в базисе $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}$ задан матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти образ $\vec{y} = \tilde{A}(\vec{x})$ вектора $\vec{x} = \overrightarrow{e_1} - 2\overrightarrow{e_2} + \overrightarrow{e_3}$.

Тема «Квадратичные формы»

Найти главные (угловые) миноры квадратичной формы

$$L(x_1, x_2) = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2.$$

На основании полученных результатов сделать вывод о знакоопределенности данной квадратичной формы.

Тема «Элементы аналитической геометрии»

Стороны треугольника имеют уравнения

$x - y + 1 = 0$ (AB); $7x - 5y - 1 = 0$ (BC); $5x - 3y + 2 = 0$ (AC).

Найти уравнение высоты треугольника, опущенной из вершины *A* на сторону *BC*.

Примеры экзаменационных задач по части 2

Тема «Предел и непрерывность»

Найти предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+2x}{3+2x}\right)^{1-3x}$.

Тема «Производная»

Найти производную функции $y=e^{5x-1}\cdot\ln\left(5x-8\sqrt[5]{x}\right)$.

Тема «Приложения производной»

Исследовать функцию $y=(x+1{,}5)e^{-x^2}$ и схематично построить ее график.

Тема «Неопределенный интеграл»

Найти неопределенный интеграл $\int\dfrac{x^3dx}{x-2}$.

Тема «Определенный интеграл»

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=e^x$, $x=-1$, $y^2=1-x$ и осью абсцисс.

Тема «Дифференциальные уравнения»

Решить дифференциальное уравнение $y'-xy^2=2xy$.

Тема «Числовые ряды»

Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n+1}{2n-1}\right)^n$.

Тема «Функции нескольких переменных»

Найти критические точки функции $z=5x^2-2x+7xy+y^2$.

Пример билета для проведения зачета и/или экзамена.

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
(Ярославский филиал Финуниверситета)

Кафедра «Экономика и финансы»
Дисциплина «Математика»
Филиал Ярославский
Форма обучения очно-заочная, ускоренное обучение
Семестр 1 Направление 38.03.01 «Экономика»
Профиль «Финансы и банковское дело»

БИЛЕТ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАЧЕТА №1

№ п/п	Вопросы билета	Максимальный балл

1	Бесконечно малые величины (определение).	30
2	Свойства бесконечно малых (одно из них доказать). Бесконечно большие величины, их связь с бесконечно малыми.	30

Подготовил Чубрина Г.Н.

Утверждаю:
Заведующий кафедрой Сироткин С.А.
«Экономика и финансы» Дата_____2024 г.

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
(Ярославский филиал Финуниверситета)

Кафедра «Экономика и финансы»
Дисциплина «Математика»
Филиал Ярославский
Форма обучения очно-заочная, ускоренное обучение
Семестр 2 Направление 38.03.01 «Экономика»
Профиль «Финансы и банковское дело»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

№ п/п	Вопросы билета	Максимальный балл
1	Бесконечно малые величины (определение).	15
2	Свойства бесконечно малых (одно из них доказать). Бесконечно большие величины, их связь с бесконечно малыми.	15
3	Задача на тему «Матрицы и определители».	30

Подготовил Чубрина Г.Н.
Утверждаю:
Заведующий кафедрой Сироткин С.А.
«Экономика и финансы» Дата_____2024 г.

Примеры оценочных средств для проверки компетенций, формируемых дисциплиной

Компетенция	Типовые задания
ПКН- 3 Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финан-	1. **Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.** 1. Производительность труда рабочего за одну смену описывается функцией 2 $p(t) = 15t - 0{,}5t$, где t – время в часах, $0 \le t \le 8$. Определите объем выпуска продукции за день для данного рабочего и среднюю производительность труда за один час. 2. **Формулирует математические постановки финансово экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям**.

сово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты.	1. В паутинообразной модели функция спроса имеет вид D(p) =12 − 3p , а функция предложения – S(p) = 2 p − 3 . Начальная цена равна 2 д.е. Выпишите общую формулу для последовательности цен. Исследуйте на сходимость данную последовательность цен. 2. Зависимость спроса на товар от его цены выражается функцией $D(p)=\frac{60}{p^2+p}$ 2 Найдите спрос на товар, предельный спрос и точечную эластичность спроса по цене при p = 3 д.е. Чему будет равна средняя эластичность спроса по цене, при увеличении цены на 4%? 3. **Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области**. 1. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией C(q) = 32 + 8q + q^2 . Функция спроса на эту продукцию имеет вид q =12 − 0,03p , где p – цена единицы продукции. Найдите минимум средних издержек 4. **Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений**. 1. Даны функция спроса на некоторый товар D(p) = 82 – 15p – 10p2 и функция предложения этого товара S(p) = 2p2 + 3p – 2, где p – цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия. 2. Найдите производную функции f (t) = F(K(t),L(t)) в точке t = 0 , если $K(t)=0,4t+200$, $L(t)=3000e^{0,03t}$, $F(K,L)=4K^{0,25}L^{0,75}$.
УК- 10 Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач	1. **Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации**. Решите систему линейных алгебраических уравнений и найдите не менее двух ее базисных неотрицательных решений $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 3. \end{cases}$ **2.Обосновывает сущность происходящего, выявляет за-кономерности, понимает природу вариабельности**. 1. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x=\begin{pmatrix} 9000000000 \\ 5000000000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица

	$A=\begin{pmatrix}0,5 & 0,9\\ 0,5 & 0,1\end{pmatrix}$. 2. Предприятие производит продукцию двух видов, используя при этом ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ и вектор запасов . $b=\begin{pmatrix}100\\ 60\\ 75\end{pmatrix}$. Изобразите множество возможных планов производства. Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если цена изделия перового вида составляет 1000 руб., а изделия второго вида – 2000 руб. 3. **Формулирует признак классификации, выделяет соответ-ствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп**. 1. Решить систему линейных уравнений с параметром λ. В ответе указать, при каких значениях λ система уравнений несовместна, при каких – имеет единственное решение (указать его) и при каких – имеет бесконечно много решений (указать общее решение). 4.**Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.** **5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания**. 1. Дополнить систему векторов до ортогонального базиса пространства $\mathbf{R}^3$ и в полученном базисе найти координаты вектора $\vec{x}=(x_1,x_2,x_3)$. 2.Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид $u(x,y)=5x^{0,75}y^{0,25}$, где x, y – количества приобретаемых товаров. 1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =1899 д.е., а цены товаров равны 13 д.е. и 5 д.е., соответственно.

	2) Постройте график функции полезности. 3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку. 4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребителя. 5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке. 5) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график. 6) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя. 7) Поясните экономический смысл найденных показателей.

7.3. Соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.

Приказ от 01 октября 2024 года №2187/о «Об утверждении Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов, обучающихся по образовательным программам высшего образования в Финансовом университете», размещенный по ссылке: https://www.fa.ru/upload/iblock/845/yqw4vi0gi21glvu9775bfm4rz6p19b0z/Prikaz-_2187_o-ot-01.10.2024.pdf

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная:

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; [ВЗФЭИ]; Под ред. Н.Ш.Кремера. – 4-е изд.; перераб. И доп. – М.: Юрайт, 2012. – 909 с.
2. Математический анализ: Учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин,/ Под ред. Н.Ш. Кремера. – 4-е изд.; перераб. И доп.- М.: Юрайт,2014. – 307 с.
3. Кремер Н.Ш. Линейная алгебра : Учебник и практикум / Кремер Н.Ш., Финуниверситет; Под ред. Н.Ш. Кремера.- М. : Юрайт¸ 2014.- 307с.
4. Математика для экономистов и менеджеров [Электронный ресурс]: учебник / Кремер Н.Ш. под общ. ред. и др. — Москва : КноРус, 2015. — 480 с. — (для бакалавров). —Режим доступа: https://book.ru/book/916602
5. Математика для экономистов и менеджеров. Практикум [Электронный ресурс : учебное пособие / Кремер Н.Ш. под общ. ред., Путко

Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. — Москва : КноРус, 2015. — 479 с. — (для бакалавров). Режим доступа: —https://book.ru/book/916680

б) дополнительная:

1. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: Учебник / Н.Ш Кремер, и др.; под ред. Н. Ш. Кремера.– 3-е изд. – М.: Юнити, 2010. – 479 с.
2. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики. Учебно-справочное пособие / Н.Ш Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. Н. Ш. Кремера.– М.: Юрайт, 2014. – 646 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронные библиотечные системы (ЭБС), содержащие учебную и научную литературу: "Znanium", "eLibrary", "Grebennikon", "BOOK.ru", "Юрайт", "Лань", "Университетская библиотека ОНЛАЙН", учебно методической литературу.

2. Доступ через портал электронного обучения «Эльфа» или Информационно-образовательный портал Финуниверситета по логину и паролю.

3. Электронная библиотека Финуниверситета через стартовую страницу:http://library.fa.ru/resource.asp?id=699.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование методических материалов для обучающихся	Год утверждения	Местонахождение материала (ссылка на сайт филиала)
Чубрина Г.Н. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы по дисциплине «Математика» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика»	2026	https://cloud.mail.ru/public/CnoV/cYBRvyAHR
Приказ Финуниверситета от 14.05.2021 г. № 1040/о «Об утверждении методических рекомендаций по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры Финансовом университете»		https://www.fa.ru/upload/iblock/dc2/a5qpi6qb0k0l6jz01c4g9y1cv5x35ey3/Prikaz-_-1040_o-ot-11.05.2021.PDF

11. Перечень информационных технологий, используемых при осу-

ществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Компьютерные программы общего назначения Windows, MicrosoftOffice
2. Антивирусная программа.

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: не предусмотрены.

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации: не предусмотрены.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, которой располагает Ярославский филиал Финуниверситета: аудиторный фонд, компьютерные классы и др.

Лекционные и практические занятия проводятся в мультимедийных аудиториях филиала, а также в оборудованных компьютерами и мультимедийным оборудованием классах.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки России (утверждены 08.04.2014 № АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

– в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);

– в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);

– методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

– письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);

– выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);

– устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.